

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
профессионального образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Механико-математический факультет
Кафедра газовой и волновой динамики



УТВЕРЖДАЮ
Заведующий кафедрой
/Нигматулин Р.И./
« 10 » июня 2019 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Наименование дисциплины (модуля):

Введение в асимптотические методы

наименование дисциплины (модуля)

Уровень высшего образования:

специалитет

Направление подготовки (специальность):

01.05.01 Фундаментальные математика и механика

(код и название направления/специальности)

Направленность (профиль) ОПОП: В-ПД

Фундаментальная механика

(если дисциплина (модуль) относится к вариативной части программы)

Форма обучения:

очная

Рабочая программа рассмотрена и одобрена
на заседании кафедры газовой и волновой динамики
(протокол № 15, « 10 » июня 2019 года)

Москва 2019

На обратной стороне титула:

Рабочая программа дисциплины (модуля) разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки специальности «Фундаментальные математика и механика», реализуемой по схеме программы специалитета в редакции приказа МГУ от 30 декабря 2016 г.

Год (годы) приема на обучение 2016, 2014, 2015

1. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО: *относится к вариативной части ОПОП ВО.*
2. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия (если есть): *знание дисциплины «Дифференциальные уравнения».*
3. Результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с требуемыми компетенциями выпускников.

Компетенции выпускников (коды)	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с компетенциями
УК-1	Способность формулировать научно обоснованные гипотезы, создавать теоретические модели явлений и процессов, применять методологию научного познания в профессиональной деятельности.
УК-2	Готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала.
УК-14	Способность использовать современные информационно-коммуникационные технологии в академической и профессиональной сферах
ОПК-1	Готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, линейной алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных, дискретной математики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики, механики сплошной среды, теории управления и оптимизации в будущей профессиональной деятельности.
ОПК-3	Способность к самостоятельной научно-исследовательской работе.
ОПК-4	Способность находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем.

<i>ПК-1</i>	Способность к самостоятельному анализу поставленной задачи, выбору корректного метода ее решения, построению алгоритма и его реализации, обработке и анализу полученной информации.
<i>ПК-2</i>	Способность к самостоятельному анализу физических аспектов в классических постановках математических задач и задач механики.
<i>ПК-3</i>	Способность к самостоятельной научно-исследовательской работе.
<i>ПК-4</i>	Способность находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем.

4. Формат обучения: стандартный.

5. Объем дисциплины (модуля) составляет 2 з.е., в том числе 36 академических часов, отведенных на контактную работу обучающихся с преподавателем, 36 академических часов на самостоятельную работу обучающихся.

6. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и виды учебных занятий.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), Форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе			
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем) Виды контактной работы, часы			Самостоятельная работа обучающегося, часы
		Занятия лекционного типа*	Занятия семинарского типа*	Всего	
1. Введение в асимптотические методы. Примеры решения задач.	3	2		2	1
2. Асимптотический анализ некоторых задач МСС.	3	2		2	1
3. Возмущение по координате.	3	2		2	1
4. Возмущение по параметру (на примере алгебраического уравнения, ОДУ, ДУЧП).	3	2		2	1
5. Метод перенормировки.	4	2		2	2
6. Задачи на собственные значения.	4	2		2	2
7. Уравнение Матрё. Переходные кривые для уравнения Матрё.	4	2		2	2
8. Методы усреднения.	4	2		2	2
9. Метод многих масштабов.	4	2		2	2
10. Текущий контроль успеваемости. Коллоквиум.	4				4
11. Задача Лиувилля.	4	2		2	2

12. Обыкновенные, регулярные и иррегулярные особые точки линейных дифференциальных уравнений II-го порядка. Решения уравнений в окрестности особых точек.	4	2		2	2
13. Решение уравнения с малым параметром при старшей производной.	4	2		2	2
14. Метод составных разложений.	4	2		2	2
15. Метод сращиваемых асимптотических разложений. Внешние и внутренние разложения.	4	2		2	2
16. Метод растянутых параметров.	4	2		2	2
17. Метод Бубнова - Галеркина.	4	2		2	2
18. Уравнения пограничного слоя.	4	2		2	2
Промежуточная аттестация: экзамен (указывается форма проведения)	4				(количество часов,** отведенных на промежуточную аттестацию)
Итого	72				

**Внимание! В таблице должно быть зафиксировано проведение текущего контроля успеваемости, который может быть реализован, например, в рамках занятий семинарского типа.*

*** , отводимые на проведение промежуточной аттестации, выделяются из часов самостоятельной работы обучающегося*

7. Фонд оценочных средств (ФОС) для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю).

7.1. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения текущего контроля успеваемости: собеседование со слушателями для оценки усвояемости материала и консультаций.

Вопросы к коллоквиуму

1. Вводная лекция. Методы малого параметра - одно из наиболее мощных средств современной прикладной математики. Получение приближенных асимптотических решений сложных краевых задач, анализ особых точек, построение опорных "тестовых" решений для разработки вычислительных методов.
2. Возмущения по параметру. Возмущения по координате. Символы порядка и калибровочные функции. Асимптотические разложения и последовательности. Сравнение сходящегося и асимптотического рядов. Неравномерные разложения. Простейшие действия над асимптотическими разложениями.
3. Прямые разложения и источники неравномерности.
4. Дифференциальные уравнения второго порядка. Разложения в окрестности нерегулярной особенности. Разложение функции Бесселя для больших значений аргумента. Задача Лиувилля. Малый параметр при старшей производной.
5. Методы усреднения.
6. Методика Крылова-Боголюбова. Методика Ван-дер-Поля. Обобщенная методика.
7. Бесконечные области. Уравнение Дюффинга. Малый параметр при старшей производной. Пример второго порядка. Наличие особенностей. Сдвиг особенности.
8. Метод растянутых координат.
9. Метод растянутых параметров. Метод Линдштедта-Пуанкаре. Переходные кривые для уравнения Матьё. Метод Уиттекера. Простая линейная задача на собственные значения. Метод Лайтхилла. Дифференциальные уравнения первого порядка. Метод перенормировки.
10. Метод сращивания асимптотических разложений и составные разложения.
11. Метод сращивания асимптотических разложений. Метод Прандтля. Высшие приближения и усовершенствованные процедуры сращивания. Уравнение второго порядка с переменными коэффициентами. Метод составных разложений.
12. Асимптотические решения линейных уравнений.
13. Асимптотические методы в задачах МСС

7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы для проведения промежуточной аттестации: собеседование со слушателями для оценки усвояемости материала и консультаций.

Вопросы к экзамену.

1. Равномерно-пригодные и неравномерно-пригодные разложения.

2. Метод составных разложений на примере $\varepsilon y'' + y' + y = 0$, $y(0) = \alpha$, $y(1) = \beta$.
3. Выбор граничного условия для внешнего разложения.
4. Метод перенормировки (на примере уравнения Дюффинга).
5. Задача на собственные значения для $y'' + [\lambda + \varepsilon f(x)]y = 0$, $f(x) = f(-x)$, $y(0) = y(1) = 0$.
6. Уравнение Матьё. Переходные кривые для уравнения Матьё.
7. Составные разложения.
8. Задача Лиувилля $y'' + [\lambda^2 q_1(x) + q_2(x)]y = 0$ при $\lambda \rightarrow \infty$.
9. Усовершенствованная процедура сращивания.
10. Возмущение по параметру (на примере алгебраического уравнения, уравнения Ван-дер-Поля).
11. Асимптотические ряды и асимптотические разложения.
12. Обыкновенные и регулярные особые точки линейных дифференциальных уравнений II-го порядка (и иррегулярные).
13. Уравнение с малым параметром при старшей производной (на примере $\varepsilon y'' + y' + y = 0$, $y(0) = \alpha$, $y(1) = \beta$).
14. Разложение по малому параметру. Уравнение Дюффинга. Вековые члены и их поведение при $t \rightarrow \infty$.
15. Метод сращиваемых асимптотических разложений. Внешние и внутренние разложения. Сращивание.
16. Сравнение сходящегося и асимптотического ряда на примере уравнения Бесселя. Разложение функции Бесселя нулевого порядка при $x \rightarrow \infty$.
17. Асимптотические решения линейных уравнений при $x \rightarrow 0$, $x \rightarrow \infty$ на примере $y'' + p(x, \varepsilon)y' + q(x, \varepsilon)y = r(x, \varepsilon)$.
18. Возмущение по координате (уравнение Бесселя, уравнение $\frac{dy}{dx} + y = \frac{1}{x}$ при $x \rightarrow \infty$).
19. Иррегулярные особые точки. Нахождение нормального решения для $p(x) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n x^{-n}$; $q(x) = \sum_{n=0}^{\infty} q_n x^{-n}$; при $x \rightarrow \infty$.
20. Символы порядка, (O, o); калибровочные функции. Равномерные и неравномерные оценки.
21. Понятие о нормальных и субнормальных решениях
22. Применение метода сращиваемых асимптотических разложений на примере $\varepsilon y'' + a(x)y' + b(x)y = 0$, $y(0) = \alpha$, $y(1) = \beta$. Выбор внешнего разложения и граничного условия для него.
23. Метод растянутых параметров. Метод Ландштедта-Пуанкаре (на примере уравнения Дюффинга).
24. Метод составных разложений на примере $\varepsilon y'' + y' + y = 0$, $y(0) = \alpha$, $y(1) = \beta$.
25. Метод усреднения.
26. Метод многих масштабов.
27. Метод Бубнова - Галеркина.
28. Анализ размерностей.

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ результатов обучения (РО) по дисциплине (модулю)				
Оценка	2	3	4	5
РО и соответствующие виды оценочных средств				
Знания (виды оценочных средств: устные опросы)	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
Умения (виды оценочных средств: практические контрольные задания)	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности не принципиального характера)	Успешное и систематическое умение
Навыки (владения, опыт деятельности) (виды оценочных средств: выполнение и защита курсовой работы, отчет по практике, отчет по НИР)	Отсутствие навыков (владений, опыта)	Наличие отдельных навыков (наличие фрагментарного опыта)	В целом, сформированные навыки (владения), но используемые не в активной форме	Сформированные навыки (владения), применяемые при решении задач

8. Ресурсное обеспечение:

1. А.Х.Найфэ. "Методы возмущений", М.: Мир, 2004.
2. А.Х. Найфэ «Введение в методы возмущений», М.Мир, 1984.
3. Эльсгольц Л. Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. Наука. М. 1969.
4. Боголюбов Н.Н. Митропольский Ю.А. «Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний». – М: «Наука» 1974.
5. Васильева А.Б., Бутузов В.Ф. «Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений» - М: «Наука» 1973.

6. Бутузов В.Ф., Васильева А.Б., Федорюк М.В. «Асимптотические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений» - М.»ВИНИТИ 1969.

9. Язык преподавания: русский

10. Преподаватель: в.н.с. Малашин А.А.

11. Автор (авторы) программы: в.н.с. Малашин А.А., проф. Демьянов Ю.А.